ΛΥΣΕΙΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2003

ΘΕΜΑ 1ο

α.

$$\overline{x} = \frac{5+3+3\omega+3+2\omega+3+3\omega+\omega}{8} \iff 4 = \frac{9\omega+14}{8}$$

$9\omega + 14 = 32$

$9\omega = 18$

$\omega = 2$

β.

Για $\omega = 2$ οι παρατηρήσεις γίνονται 5, 3, 6, 3, 4, 3, 6, 2

i) Το εύρος R είναι ίσο με R = μέγιστη παρατήρηση – ελάχιστη παρατήρηση =
$= 6 - 2 = 4$

ii) Επικρατούσα τιμή M_o είναι αυτή με την μεγαλύτερη συχνότητα.
Επομένως $M_o = 3$

iii) $S^2 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\kappa}\nu_i(xi-\overline{x})^2 =$

$$= \frac{(2-4)^2 + 3\cdot(3-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + 2(6-4)^2}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

Οπότε $S = \sqrt{2}$

ΘΕΜΑ 2ο

α.

$$f(0) = \frac{0^2+6\cdot 0-7}{0-1} = 7, \qquad f(2) = \frac{2^2+6\cdot 2-7}{2-1} = 9$$

β.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+6x-7}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+7)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x+7) = 8$$

γ.

Θα πρέπει να ισχύει $\lim_{x\to 1} f(x) = f(1) \iff 8 = \lambda - 2 \iff \lambda = 10$

ΘΕΜΑ 3ο

α.

$f(1) = \ln 1 + 1 - 1 = 0 + 0 = 0$

β.

$f'(x) = (\ln x)' + x' - 1' = \frac{1}{x} + 1 - 0 = \frac{1}{x} + 1$

$f''(x) = \left(\frac{1}{x}\right)' + 1' = -\frac{1}{x^2} + 0 = -\frac{1}{x^2}$

γ.

Για κάθε $x > 0$ είναι $f'(x) = \frac{1}{x} + 1 > 0$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα όταν $x > 0$

ΘΕΜΑ 4ο

α.

$f(0) = -3\cdot 0 + 30\cdot 0 = 0$ μέτρα. Δηλαδή όταν $t = 0$, το αεροπλανάκι είναι στο έδαφος .

β.

Ο ρυθμός μεταβολής του ύψους μετά από χρόνο t είναι $f'(t) = -6t + 30$ μέτρα / sec

γ.

$f'(t) > 0 \iff -6t + 30 > 0 \iff t < 5.$

Άρα το χρονικό διάστημα $(0\ ,\ 5]$ το αεροπλανάκι ανεβαίνει.

$f'(t) < 0 \iff -6t + 30 < 0 \iff t > 5$

Άρα το χρονικό διάστημα $(5\ ,\ 10]$ το αεροπλανάκι κατεβαίνει.

δ.

Το αεροπλανάκι βρίσκεται στο μέγιστο ύψος όταν $f'(t) = 0 \iff t = 5$ sec

Το μέγιστο ύψος είναι ίσο με το $f(5) = -3\cdot 5^2 + 30\cdot 5 = -75 + 150 = 75$ μέτρα